



- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Elija un único ejercicio de cada bloque. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque, se corregirá solo el que aparezca en primer lugar.
 - c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
 - d) Todos los resultados deben estar suficientemente justificados.
 - e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma.

BLOQUE A
EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ a-3 & a-1 & 1 \\ 0 & 2 & a \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \text{siendo } a \text{ un número real.}$$

- a) **(0.75 puntos)** Obtenga los valores de a para los que la matriz A tenga inversa.
- b) **(1.25 puntos)** Para $a = 1$, resuelva la ecuación $X \cdot A - B = C \cdot A$.
- c) **(0.5 puntos)** Determine razonadamente la dimensión de la matriz D que permita realizar la operación $B \cdot A + D \cdot C^t \cdot B$

EJERCICIO 2

(2.5 puntos) Un agricultor posee una finca con un olivar intensivo de secano y desea transformar una parte de la misma en regadío, pero manteniendo un mínimo de 20 hectáreas de cultivo de secano. Para ello, anualmente dispone de 30000 m³ de agua, de 5500 kg de abono y de 3000 kg de productos fitosanitarios. Cada hectárea de olivar de regadío necesita 1500 m³ de agua, 110 kg de abono y 80 kg de productos fitosanitarios; mientras que cada hectárea de olivar de secano precisa de 100 kg de abono y 50 kg de productos fitosanitarios. Se sabe que la producción anual por hectárea es de 5000 kg en secano y de 10000 kg en regadío. Determine el número de hectáreas de olivar de secano y de regadío que el agricultor debe cultivar para maximizar su producción, así como la producción máxima esperada.

BLOQUE B
EJERCICIO 3

- a) **(1.5 puntos)** Calcule la derivada de las funciones siguientes:

$$f(x) = (x^2 + 2)^3 \cdot e^{-2x} \qquad g(x) = \frac{\ln(1 - x^3)}{(1 - 2x^2)^2}$$

- b) **(1 punto)** Halle los valores de a y b para que sea horizontal la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = x^3 + ax^2 + 3x + b$ en el punto $P(1, 2)$.

EJERCICIO 4

La velocidad media del viento en la zona de Sierra Nevada, prevista para cierto día, viene dada por la función $v(t)$ expresada en km/h, donde t es el tiempo expresado en horas:

$$v(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 60 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ -t^2 + 32t - 140 & \text{si } 10 < t \leq 24 \end{cases}$$

- a) **(0.75 puntos)** Compruebe que la función v es continua y derivable.
- b) **(1 punto)** Represente gráficamente la función, estudiando previamente la monotonía y calculando los extremos absolutos.
- c) **(0.75 puntos)** La Agencia Estatal de Meteorología emite avisos de alerta por vientos siguiendo el código de colores: naranja para vientos entre 100 y 140 km/h, y rojo para vientos de más de 140 km/h. Según la previsión, indique si se debe emitir alguna alerta naranja en Sierra Nevada ese día y durante qué horas estaría activa. ¿Se emitiría alerta roja?



BLOQUE C

EJERCICIO 5

Una agencia ha realizado un estudio acerca de la siniestralidad de los vehículos de una región. Se ha dividido a los conductores en dos grupos: *jóvenes* los menores de 30 años y *sénior* el resto de conductores. Asimismo, también se ha dividido a los vehículos en dos grupos: *nuevos* los que tienen menos de 5 años de antigüedad y *viejos* el resto de vehículos. De los 54 siniestros registrados, en 19 de ellos el vehículo implicado era *nuevo* y en 29 los conductores eran *jóvenes*. Finalmente, 21 de los siniestros se dieron con vehículos *viejos* y conductores *jóvenes*. Se escoge uno de estos siniestros al azar.

- a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que el conductor sea *sénior* y el vehículo *viejo*.
- b) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que el conductor sea *joven* sabiendo que el vehículo es *viejo*.
- c) **(0.5 puntos)** Determine razonadamente si la siguiente afirmación es cierta: "Los siniestros de este estudio menos probables son aquellos en los que el conductor es *sénior* y el vehículo es *nuevo*".

EJERCICIO 6

Un grupo de turistas programa una visita a la Geoda de Pulpí. El 42% de los turistas del grupo proceden de Andalucía, el 32% de otras comunidades autónomas y el resto del extranjero. Son mayores de edad el 65% de los visitantes que proceden de Andalucía y el 75% de los que proceden de otras comunidades autónomas. Son menores de edad el 20% de los visitantes extranjeros. Elegido un turista de este grupo al azar, halle la probabilidad de que:

- a) **(1 punto)** Sea mayor de edad.
- b) **(0.5 puntos)** Proceda de Andalucía y sea menor de edad.
- c) **(1 punto)** Sea extranjero sabiendo que es menor de edad.

BLOQUE D

EJERCICIO 7

a) **(1.5 puntos)** Se realizan dos muestreos aleatorios estratificados con afijación proporcional para una población dividida en cuatro estratos E_1 , E_2 , E_3 y E_4 . En la primera muestra se han seleccionado 25 individuos de E_1 y 30 de E_2 . En la segunda muestra se han seleccionado 80 individuos de E_3 y 100 de E_4 . Sabiendo que el estrato E_1 tiene 500 individuos y que el E_3 tiene 400, determine el tamaño de cada estrato de la población y el tamaño de las muestras en cada estrato.

b) **(1 punto)** Dada la población $\{-3, -1, 2, 5, 7\}$, se consideran todas las muestras posibles de tamaño 2 obtenidas mediante muestreo aleatorio simple. Calcule la media y la varianza de la distribución de las medias muestrales.

EJERCICIO 8

Se desea conocer la proporción de habitantes de una determinada ciudad que realizan turismo sostenible durante sus vacaciones. Para ello se selecciona al azar una muestra de 2500 habitantes, resultando que 1825 realizan turismo sostenible.

- a) **(1.25 puntos)** Calcule un intervalo, con un nivel de confianza del 95%, para estimar la proporción de habitantes de la ciudad que realizan turismo sostenible.
- b) **(0.75 puntos)** Para un nivel de confianza del 97% y manteniendo la proporción muestral, ¿cuál sería el tamaño mínimo de una nueva muestra para que el error de estimación sea inferior al 1%?
- c) **(0.5 puntos)** Razone qué efecto producirá sobre la amplitud del intervalo una disminución del tamaño de la muestra.